

Nerovnice

Pravidla hry aneb ekvivalentní úpravy

1. Vyměnění stran nerovnice.

Pozor! Toto pravidlo se liší od rovnic. Pokud máme nerovnici například $1 \leq 2$, nemůžeme očividně jentak vyměnit strany, obdrželi bychom $2 \leq 1$ což je najednou nerovnice neplatná. Pokud tedy měníme strany nerovnice, musíme vyměnit i znak nerovnosti. V případě nerovnice $x + 1 \geq 2$ obdržíme po záměně nerovnici $2 \leq x + 1$.

2. Nahrazení výrazu jiným výrazem, který se mu rovná.

Tohle pravidlo je pro rovnice i nerovnice společné. Znovu nám pouze říká, že můžeme sčítat a odčítat čísla nebo výrazy. Například:

$$x - (2x + 2) > 3$$

$$x - 2x - 2 > 3$$

$$-x - 2 > 3$$

Kde jsme si mohli všimnout, že jsme nahradili výraz $-(2x + 2)$ výrazem $-2x - 2$ a výraz $x - 2x - 2$ jsme nahradili výrazem $-x - 2$. Vidíme tedy že nahrazujeme výrazy jinými, ale vždy tak že se sobě jednotlivé výrazy rovnají.

3. Přičíst k oběma stranám nerovnice číslo nebo výraz, který nezmění definiční obor řešení nerovnice.

K oběma stranám nerovnice můžeme přičíst libovolné číslo, například:

$$x - 1 \leq 3 \quad / + 1$$

$$(x - 1) + 1 \leq (3) + 1$$

$$x \leq 4$$

Co se týče výrazu, musíme si dát pozor na to, aby přičítaný výraz neměnil definiční obor řešení nerovnice. Zde je rozdíl:

Povoleno:

$$-x + 1 \leq 2 \quad / + x$$

$$(-x + 1) + x \leq 2 + x$$

$$1 \leq 2 + x \quad / - 2$$

$$(1) - 2 \leq (2 + x) - 2$$

$$-1 \leq x$$

Vidíme že definiční obor se nezměnil.

Nepovoleno:

$$x + 2 \geq 2 \quad / + \frac{1}{x}$$

$$(x + 2) + \frac{1}{x} \geq (2) + \frac{1}{x}$$

$$x + 2 + \frac{1}{x} \geq 2 + \frac{1}{x}$$

Vidíme že jsme změnili definiční obor z \mathbb{R} a $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

4. Vynásobit obě strany nerovnice nenulovým číslem nebo výrazem.

Pozor! Toto pravidlo se liší od rovnic. Pokud chceme násobit nerovnici nulou nebo nulovým výrazem, tak je to zakázané, stejně jako u rovnic. Pokud chceme nerovnici násobit kladným číslem nebo výrazem, tak je to v pořádku stejně jako u rovnic. Ovšem pokud chci násobit

rovnici záporným číslem nebo výrazem, musím vyměnit znak nerovnosti! Pro jednoduchou demonstraci postačí případ:

$$\begin{aligned} -5 < 3 & \quad / \cdot (-1) \\ 5 < -3 \end{aligned}$$

z čehož vidíme že se jedná o chybný krok, jelikož z platné rovnice vytvořil neplatnou. Vždy musíme znaménko nerovnosti otočit. V praxi například:

Povoleno:

$$\begin{aligned} x + 2 < x & \quad / \cdot 2 \\ 2x + 4 < 2x \end{aligned}$$

V tomhle případě násobit můžeme a nic se nezmění, číslo kterým násobíme je kladné.

Nepovoleno:

$$\begin{aligned} x + 2 > x & \quad / \cdot (-1) \\ -x - 2 < -x \end{aligned}$$

Zde to v pořádku není. Pokud násobíme záporným číslem, musíme změnit znak nerovnosti jak jsme to udělali.

Násobení musíme provádět velmi opatrně. V praxi většinou výrazem nenásobíme a tyto rovnice řešíme jinak.

5. Umocnit obě strany nerovnice, pokud jsou obě strany nezáporné.

Zde je pravidlo úplně stejné jako u rovnic. Z úplně stejného důvodu. Toto pravidlo využíváme hlavně u iracionálních nerovnic, kde si ho také podrobněji popíšeme.

6. Zlogaritmovat obě strany nerovnice, pokud jsou obě strany kladné.

Znovu pravidlo, které je stejné jako u rovnic.

7. Odmocnit obě strany rovnice, pokud jsou obě strany nezáporné.

I do třetice pravidlo, které oplatí jak u rovnic tak i u nerovnic stejně.