Výroková logika

Negace konjunkce

Už bychom s jistotou měli vědět, jaké jsou pravdivostní hodnoty konjunkce. Konjunkce je pravdivá, pokud jsou oba výroky které spojuje pravdivé, ve všech ostatním případem je nepravdivá. Tabulku pravdivostních hodnot jsem již viděli, tak si ji připomeňme a přidejme další sloupeček s negací konjunkce:

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
1	1	1	0
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	1

Nyní již známe pravdivostní hodnoty negace konjunkce, pokusme se tedy přijít na to, jak by mohla vypadat ekvivalentní formule k těmto hodnotám. Když se podíváme na poslední sloupec, vidíme v něm jednu nulu a poté tři jedničky. Máme pouze dvě výrokové spojky, které obsahují tři jedničky a tím je disjunkce a implikace. Implikaci by bylo zřejmě složité získat, jelikož nemáme nulu ve středu ale na kraji, což přesně odpovídá druhé spojce - disjunkci. My ale známe disjunkci s pořadím jedniček a nul naopak, jak bychom ho mohli dostat takto? Pokud znegujeme oba jednoduché výroky, dostaneme hodnoty obou jako opačné, disjunkce tedy bude z opačných výroků a tím bychom mohli obdržet naši kýženou ekvivalentní formuli. Zkusme to tedy zkontrolovat přes tabulku:

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p \vee \neg q$
1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1

Výsledek je tedy přesně takový, jaký jsme potřebovali, jelikož oba poslední sloupce mají stejné pravdivostní hodnoty tím pádem můžeme říci, že **ekvivalentní formule k negaci konjunkce** jsou oba výroky znegované a mezi nim spojka disjunkce, tedy:

$$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$$

Z toho vyplývá, že když budeme chtít znegovat výrok ve tvaru konjunkce, znegujeme výroky na obou stranách a mezi ně dáme disjunkci.

Příklady

Znegujte následující výroky:

(a) *Venku svítí Slunce a zároveň se opaluji.*

(b) *Učím se a zároveň neposlouchám hudbu.*

Řešení:
(a) jak vidíme, výrok je ve tvaru konjunkce. Pokud ho tedy budeme chtít znegovat, využijeme

disjunkci a oba výroky znegujeme. Na obou stranách jsou jednoduché výroky, pomůžeme si tedy výrazem „*Není pravda, že...*“ a poté jednotlivé výroky upravíme, čímž obdržíme:
Venku nesvítí Slunce nebo se neopaluji.

(b) zde bude úplně stejný postup, jako byl v předchozím příkladě, tedy negace obou výroků a disjunkce mezi nimi:
Neučím se nebo poslouchám hudbu.