

Isibalo math games - 3. kolo

Příklad číslo 1

Počet bodů za příklad: 63

Obtížnost: ★☆☆☆☆

Pomocné informace:

Mějme následující druhy čísel:

- **červené číslo** je celé číslo, které je dělitelné třemi.
- **modré číslo** je celé číslo, které je dělitelné třemi se zbytkem 1.
- **zelené číslo** je celé číslo, které je dělitelné třemi se zbytkem 2.

Je zřejmé, že toto rozdělení čísel pokrývá všechna celá čísla.

Úkol:

1) Vytvořte vlastní *Teorii barevných čísel*. Nejprve vytvořte 3 přesné definice jednotlivých skupin čísel (předchozí popisy nelze brát jako definice, zapište ony definice se všemi náležitostmi - nechte se klidně inspirovat Teorií sudých a lichých čísel z kurzu).

2) Potom formulujte věty (**všechny věty formulujte jako implikace - viz příklad číslo 2**) o operacích s jednotlivými čísly:

- červené + červené = ?
- modré + modré = ?
- zelené + zelené = ?
- červené · modré = ?
- červené · zelené = ?
- modré · zelené = ?
- (červené)² = ?
- (modré)² = ?
- (zelené)² = ?

a samozřejmě jejich důkaz. Každá definice je za 3 body, stejně tak každá správně formulovaná věta a každý správný důkaz.

Příklad číslo 2

Počet bodů za příklad: 10

Obtížnost: ★☆☆☆☆

Úkol:

1) V minulém příkladu jsem Vás donutil napsat ony věty v teorii jako implikace. To nebyla náhoda, úkolem v tomto příkladě je projít si předchozích devět vět a rozhodnout, jestli se některé z nich dají přepsat z implikací na **ekvivalence** (spoiler - dají :)). Pokud si myslíte, že některá jde, tak ji přepište do ekvivalence a onu ekvivalenci dokažte.

Poznámka:

U ekvivalence je nutné dokázat směr tam i zpátky. Stačí ale dokázat v tomto případě pouze jeden směr (ten druhý jste dokazovali v předchozím příkladu 1).