www.isibalo.com

Nekonečné a mocninné řady

Odhadnutí chyby součtu

Věta 1: Nechť $\sum a_n$ je řada, $\sum b_n$ je konvergentní řada s nezápornými členy a nechť platí $|a_n| \leq b_n$ pro všechna $n \in \mathbb{N}$. Pokud r_n značí zbytek po součtu prvních n členů řady $\sum a_n$ a R_n zbytek po součtu prvních n členů řady $\sum b_n$, pak platí $|r_n| \leq R_n$.

Věta 2: Pokud máme konvergující alternující nekonečnou řad $\sum (-1)^n = a_n$, pak pro zbytek po součtu prvních n členů platí $|R_n| \leq a_{n+1}$.

Věta 3: Mějme číselnou řadu $\sum a_n$, pro kterou platí:

$$\left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| \leq q < 1 \text{ pro všechna } n \in \mathbb{N}$$

Pak pro zbytek po součtu prvních n členů R_n platí:

$$|R_n| \leq |a_n| \frac{q}{1-q}$$

Věta 4: Mějme konvergentní řadu s nezápornými členy $\sum a_n$. Nechť $a_n = f(n)$, kde f je nezáporná a nerostoucí funkce na intervalu $\langle 1; +\infty)$. Pak pro zbytek R_n řady $\sum a_n$ platí:

$$R_n \leq \int_n^\infty f(x)dx$$