Goniometrie a trigonometrie

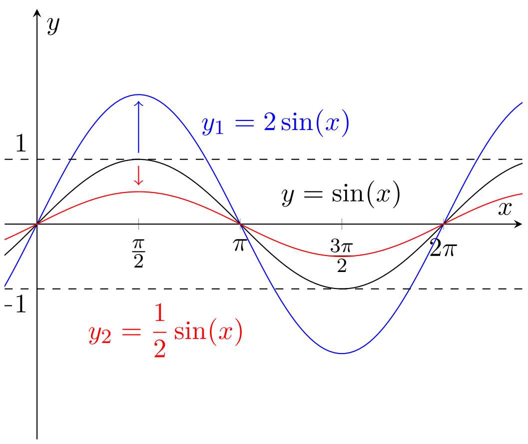
Posuny grafů funkcí

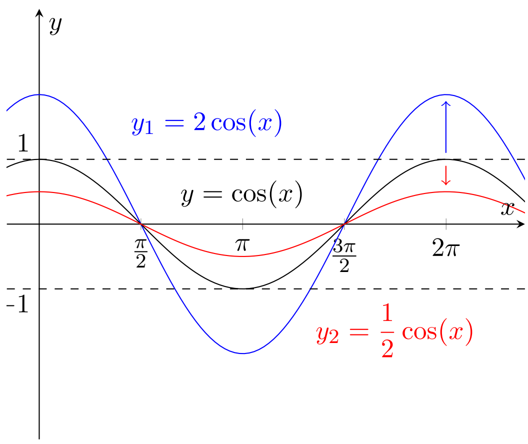
Nyní se podíváme na transformace grafů. Budeme transformace sledovat zároveň u obou funkcí (vlevo sinus a vpravo cosinus). Budeme vycházet z obecných předpisů pro obě funkce, tedy

$$y = a \cdot \sin(d \cdot x + b) + c \qquad\qquad y = a \cdot \cos(d \cdot x + b) + c$$

Nejprve sleduj transformaci čísla a:

$$\begin{aligned} y = a \cdot \sin(x) \quad , \quad kde\ b = 0,\ c = 0,\ d = 1 \\ a = 1 \rightarrow y = \sin(x) \\ a = 2 \rightarrow y_1 = 2\sin(x) \\ a = \frac{1}{2} \rightarrow y_2 = \frac{1}{2}\sin(x) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} &y = a \cdot \cos(x) \quad , \quad kde\ b = 0,\ c = 0,\ d = 1 \\ &a = 1 \rightarrow y = \cos(x) \\ &a = 2 \rightarrow y_1 = 2\cos(x) \\ &a = \frac{1}{2} \rightarrow y_2 = \frac{1}{2}\cos(x) \end{aligned}$$

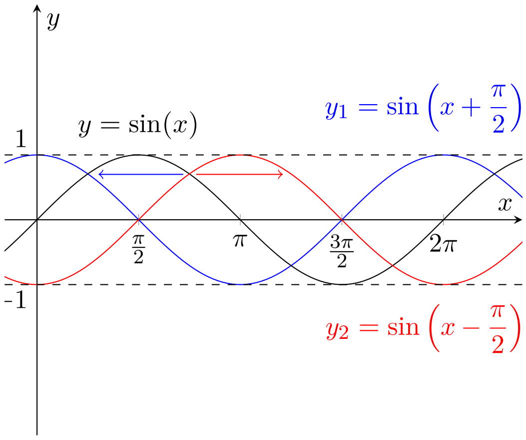


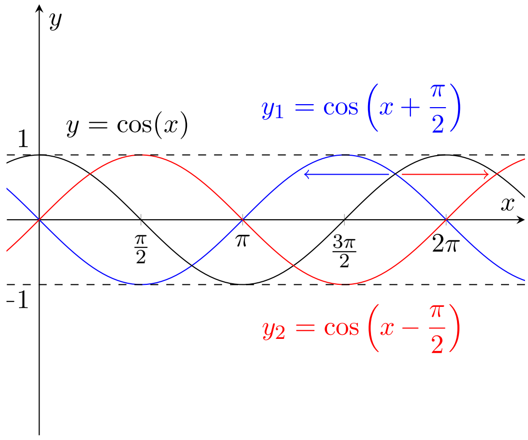


z čehož vyplývá že se zvětšujícím se a se obě funkce zvětšují a se zmenšujícím se a se naopak zmenšují.

Nyní studujme změnu čísla b (budeme posouvat o násobky čísla π aby byly posuny přesné):

$$\begin{aligned} y = \sin(x + b) \quad , \quad kde\ a = 1,\ c = 0,\ d = 1 \\ b = 1 \rightarrow y = \sin(x) \\ b = \frac{\pi}{2} \rightarrow y_1 = \sin(x + \frac{\pi}{2}) \\ b = -\frac{\pi}{2} \rightarrow y_2 = \sin(x - \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} &y = \cos(x + b) \quad , \quad kde\ a = 1,\ c = 0,\ d = 1 \\ &b = 1 \rightarrow y = \cos(x) \\ &b = \frac{\pi}{2} \rightarrow y_1 = \cos(x + \frac{\pi}{2}) \\ &b = -\frac{\pi}{2} \rightarrow y_2 = \cos(x - \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

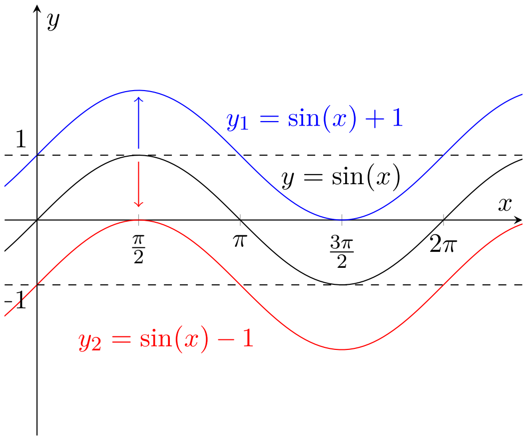


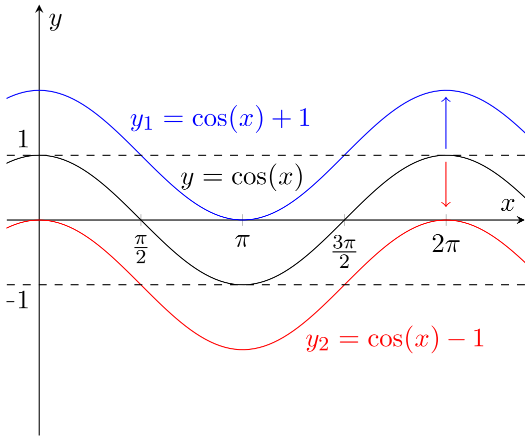


z čehož vyplývá že se zvětšujícím se b se parabola posouvá po ose x doleva a se zmenšujícím se b se parabola posouvá po ose x doprava. Je vhodné si všimnout, že se funkce posouvá proti znaménku (vhodná je pomocná otázka „Kdy je závorka rovna nule?“).

Nyní se podíváme na posun čísla c:

$$\begin{aligned} y = \sin(x) + c \quad , \quad kde\ a = 1,\ b = 0,\ d = 1 \\ c = 0 \rightarrow y = \sin(x) \\ c = 1 \rightarrow y_1 = \sin(x) + 1 \\ c = -1 \rightarrow y_2 = \sin(x) - 1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} & y = \cos(x) + c \quad , \quad kde\ a = 1,\ b = 0,\ d = 1 \\ & c = 0 \rightarrow y = \cos(x) \\ & c = 1 \rightarrow y_1 = \cos(x) + 1 \\ & c = -1 \rightarrow y_2 = \cos(x) - 1 \end{aligned}$$

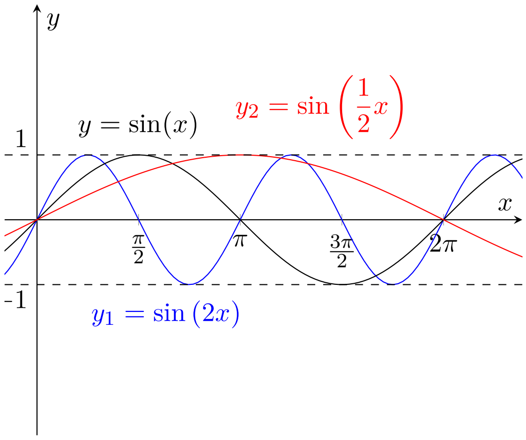


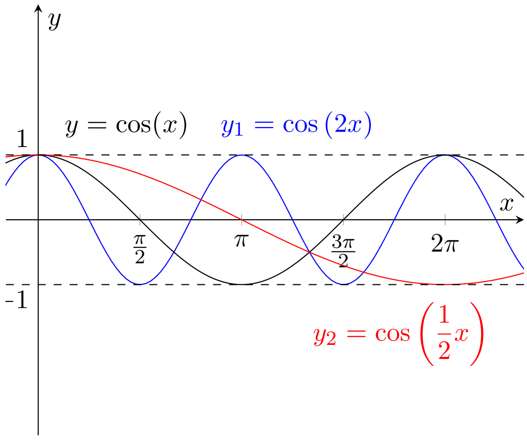


kde jak vidíme se se zvyšujícím se c posouvá funkce po ose y nahoru a se zmenšujícím se c se posouvá dolů.

Nakonec číslo d:

$$\begin{aligned} y = \sin(d.x) \quad , \quad kde\ a = 1,\ b = 0,\ c = 0 \\ d = 1 \rightarrow y = \sin(x) \\ d = 2 \rightarrow y_1 = \sin(2x) + 1 \\ d = \frac{1}{2} \rightarrow y_2 = \sin(\frac{1}{2}x) - 1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} & y = \cos(x) + c \quad , \quad kde\ a = 1,\ b = 0,\ d = 1 \\ & d = 1 \rightarrow y = \cos(x) \\ & d = 2 \rightarrow y_1 = \cos(2x) + 1 \\ & d = \frac{1}{2} \rightarrow y_2 = \cos(\frac{1}{2}x) - 1 \end{aligned}$$





kde se zvyšujícím se d se perioda zmenšuje a se zmenšujícím se d se perioda rozšiřuje.