Abstraktní algebra

Užitečné vlastnosti izomorfismu

Nechť $(A, \circ)$ a $(B, *)$ jsou grupoidy a $f : A \to B$ je bijektivní zobrazení. Potom řekneme, že f je izomorfismus grupoidů, pokud platí:

$$\forall x, y \in A : f(x \circ y) = f(x) * f(y)$$

Pro tento izomorfismus platí:

1. inverzní zobrazení $f^{-1} : B \to A$ je také izomorfismus grupoidů A, B.
2. Pokud:
   - je $\circ$ asociativní, tak je $*$ asociativní
   - je $\circ$ komutativní, tak je $*$ komutativní
   - je e jednotkový prvek grupoidu A, $f(e)$ je jednotkový prvek grupoidu B
   - jsou a a a^{-1} inverzní prvky v A, tak $f(a)$ a $f(a^{-1})$ jsou inverzní prvky v B
3. Pokud je $(A\circ)$ je grupa (pologrupa, monoid) právě tehdy, když $(B, *)$ je grupa (pologrupa, monoid).
4. Pokud e je jednotkový prvek v A a e' je jednotkový prvek v B, tak:

$$f(e) = e'.$$

5. Pokud $a \in A$ a a^{-1} je inverze k a v A, tak platí:

$$f\left(a^{-1}\right) = (f(a))^{-1}$$