

Výroková logika

Negace ekvivalence

Ekvivalence je pravdivá pokud jsou oba výroky pravdivé, nebo oba výroky nepravdivé. Připomeňme si opět tabulku pravdivostních hodnot a zároveň sloupec s negací:

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$\neg(p \Leftrightarrow q)$
1	1	1	0
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	1	0

První část je jednoduchá, jednu ekvivalentní výrokovou spojku k negaci vidíme hned z tabulky, je to úplná disjunkce:

p	q	$\neg(p \Leftrightarrow q)$	$p \vee q$
1	1	0	0
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	0	0

To ale ještě není všechno. Kromě úplné disjunkce má dvě jedničky i ekvivalence. Můžeme nějak dosáhnout dvou jedniček nebo dvou nul v druhém a třetím řádku? Můžeme, stačí nám totiž znegovat levý výrok a mezi oba dát ekvivalenci, nebo znegovat pravý výrok a dát mezi oba ekvivalenci, tedy:

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg(p \Leftrightarrow q)$	$\neg p \Leftrightarrow q$	$p \Leftrightarrow \neg q$
1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0	0

Z toho všeho tedy vidíme, že ekvivalentní formule k negaci ekvivalence jsou celkem tři, a to:

$$\begin{aligned} \neg(p \Leftrightarrow q) &\Leftrightarrow (p \vee q) \\ \neg(p \Leftrightarrow q) &\Leftrightarrow (\neg p \Leftrightarrow q) \\ \neg(p \Leftrightarrow q) &\Leftrightarrow (p \Leftrightarrow \neg q) \end{aligned}$$

Z toho vyplývá, že když budeme chtít znegovat výrok ve tvaru ekvivalence, buď zvolíme úplnou disjunkci (to ale není nejšťastnější způsob, jelikož si tuto spojku uvádíme spíše jako doplňkovou - ale bude to správně), nebo první znegujeme a dáme ekvivalenci, či druhý znegujeme a dáme ekvivalenci.

Příklady

Znegujte následující výroky:

- (a) *Dívám se na televizi právě tehdy, když dávají komedii.*
- (b) *Jezdím autobusem právě tehdy, když nejedním vlakem.*

Řešení:

(a) pro negaci máme tři volby, jednak úplnou disjunkci, poté negace prvního a ekvivalence nebo nakonec negace druhého a ekvivalence, tedy:

Buď se dívám na televizi, nebo dávají komedii.

Nedívám se na televizi právě tehdy, když dávají komedii.

Dívám se na televizi právě tehdy, když nedávají komedii.

(b) zde bude úplně stejný postup, jako byl v předchozím příkladě:

Buď jezdím autobusem, nebo nejedním vlakem.

Nejedním autobusem právě tehdy když nejedním vlakem.

Jezdím autobusem právě tehdy když jezdím vlakem.