

Výroková logika

Ekvivalence

Poslední výrokovou spojkou, o které si něco řekneme je ekvivalence. Ekvivalence nám spojuje dva výroky pomocí spojky „*Výrok p právě tehdy, když výrok q* “. Pokud vezmeme dva jednoduché výroky p a q a chceme spojit pomocí ekvivalence, zaznačíme tuto skutečnost jako $p \Leftrightarrow q$.

Už z označení vyplývá, že bude mít ekvivalence souvislost s implikací. A vskutku ano, ekvivalence jsou spojené dvě implikace z obou stran. Znamená to tedy, že ekvivalenci můžeme zapsat i takto:

$$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

z čehož poté vyplývá i pravdivost ekvivalence. Jak jsme viděli u obrácené implikace v minulé kapitole, původní implikace má nulu na druhém a obrácená implikace má nulu na třetím místě. Pokud dané implikace spojíme pomocí spojky zároveň, obdržíme:

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
1	1	1	1	1
1	0	0	1	0
0	1	1	0	0
0	0	1	1	1

díky čemuž jsme zjistili že je ekvivalence pravdivá, pokud jsou oba výroky pravdivé nebo oba výroky nepravdivé a už můžeme doplnit naši tabulku v posledním sloupci a obdržíme pravdivost všech výrokových spojek:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \nabla q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1	0
0	0	0	0	0	1	1

Příklady

Z výroků - Každé ráno vyjde Slunce. Voda se vaří při 100°C. Voda je suchá. Země je placatá. - vytvořte kombinace ekvivalenci z tabulky a vysvětlete pravdivost daných kombinací:

- (a) *Dívám se na televizi. Poslouchám hudbu.*
- (b) *Venku prší. Fouká vítr.*

Řešení:

(a) pokud chceme následující výroky spojit pomocí ekvivalence, jednoduše mezi ně dáme spojku interpretující ekvivalenci a výrok je hotov:

Dívám se na televizi právě tehdy, když poslouchám hudbu.

(b) opět jako v předchozím případě pouze spojíme výroky pomocí dané spojky a je hotovo:

Venku prší právě tehdy, když fouká vítr.

Opět využijme jistě pravdivé a jistě nepravdivé výroky, zkombinujme je a podívejme se na jejich pravdivost.

Příklady

Z výroků - Každé ráno vyjde Slunce. Voda se vaří při 100°C. Voda je suchá. Země je placatá. - vytvořte kombinace pro úplnou disjunkci z tabulky a vysvětlete pravdivost daných kombinací:

Řešení:

Každé ráno vyjde Slunce. - pravdivý

Voda se vaří při 100°C. - pravdivý

Voda je suchá. - nepravdivý

Země je placatá. - nepravdivý

takže:

Každé ráno vyjde Slunce právě tehdy, když se voda vaří při 100°C. - tento výrok je **pravdivý**, jelikož spojka která tyto výroky spojuje je pravdivá v případě, kdy jsou oba výroky pravdivé.

Každé ráno vyjde Slunce právě tehdy, když je Země placatá. - tento výrok je **nepravdivý**, jelikož tato spojka je pravdivá pouze v případě, kdy jsou pravdivé nebo nepravdivé oba výroky zároveň.

Voda je suchá právě tehdy, když se vaří při 100°C. - tento výrok je **nepravdivý**, jelikož tato spojka je pravdivá pouze v případě, kdy jsou pravdivé nebo nepravdivé oba výroky zároveň.

Voda suchá právě tehdy, když je Země placatá. - tento výrok je **pravdivý**, jelikož jsou oba výroky nepravdivé a v tom případě je daná výrokový spojka pravdivá.