# Limita a spojitost funkce

## Vlastní limita v nevlastním bodě

*Řekneme že reálné číslo $A$ je* ***vlastní limitou funkce*** *$f(x)$ v nevlastním bodě $+\infty$ právě tehdy, když pro každé libovolně malé $\varepsilon > 0$ existuje číslo $P \in \mathbb{R}$ takové, že pro všechna $x > P$ platí $f(x) \in O_\varepsilon(A)$.*

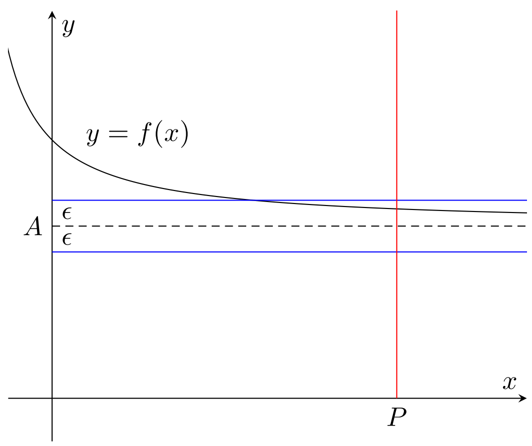
Pomocí výrokové logiky zapíšeme takto:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = A \Leftrightarrow (\forall \varepsilon > 0)(\exists P \in \mathbb{R})(x > P \Rightarrow f(x) \in O_\varepsilon(A))$$

Což po rozepsaná okolí na intervaly vypadá takto:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = A \Leftrightarrow (\forall \varepsilon > 0)(\exists P \in \mathbb{R})(x > P \Rightarrow f(x) \in (A - \varepsilon; A + \varepsilon))$$

V tomto případě říkáme, že $A$ je vlastní limitou funkce v nevlastním bodě, když pro libovolně velké $\epsilon > 0$ (modré na ose $y$) nalezneme určité $P \in \mathbb{R}$ (červené na ose $x$) takové, že všechna $x$ větší než $P$ mají funkční hodnoty v okolí $\epsilon$. Graficky můžeme vysvětlení zobrazit takto:




kde jak skutečně vidíme všechna $x$ větší než červená čára mají nutně funkční hodnoty v modrém okolí. A takovéto $P$ nutně nalezneme pro libovolně velké $\epsilon$.

Znovu bychom mohli definovat obdobně limitu pro $x$ jdoucí do $-\infty$, kde by byl graf obdobný, ovšem otočený směrem doleva.