

Integrální počet funkcí více proměnných

Válcové souřadnice

Pokud chceme použít libovolnou transformaci oblasti I pomocí substitučních rovnic $x = g(u; v; w)$; $y = h(u; v; w)$; $z = k(u; v; w)$, tak použijeme přepočít:

$$\iiint_I f(x; y; z) \, dx dy dz = \iiint_A f(g(u; v; w); h(u; v; w); k(u; v; w)) \cdot |J| \, du dv dw$$

kde:

$$J = \begin{vmatrix} g_u & g_v & g_w \\ h_u & h_v & h_w \\ k_u & k_v & k_w \end{vmatrix}$$

Tedy pro **válcové souřadnice** máme:

$$x = \rho \cos \varphi$$

$$y = \rho \sin \varphi$$

$$z = z$$

$$\begin{aligned} J &= \begin{vmatrix} g_\rho & g_\varphi & g_z \\ h_\rho & h_\varphi & h_z \\ k_\rho & k_\varphi & k_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \varphi & -\rho \sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \rho \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \rho \cos^2 \varphi - (-\rho \sin^2 \varphi) = \rho \cos^2 \varphi + \rho \sin^2 \varphi = \\ &= \rho(\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi) = \rho \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \iiint_I f(x; y; z) \, dx dy dz &= \iiint_A f((\rho \cos \varphi; \rho \sin \varphi; z)) \cdot |\rho| \, d\rho d\varphi dz = \\ &= \iiint_A f((\rho \cos \varphi; \rho \sin \varphi; z)) \rho \, d\rho d\varphi dz \end{aligned}$$