

Výroková logika

Negace disjunkce

I pravdivostní hodnoty disjunkce už známe. Je pravdivá pokud je pravdivý alespoň jeden z výroků a pokud jsou nepravdivé oba, pak je nepravdivá. Uvedeme si tedy pravdivostní tabulku disjunkce a k ní si přidáme opět pravdivostní hodnoty její negace:

p	q	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$
1	1	1	0
1	0	1	0
0	1	1	0
0	0	0	1

Pokud jsme zvládli konjunkci, disjunkce už bude o něco jednodušší. Jak vidíme, u negace nastala opačná situace, než byla předtím v konjunkci. Máme tentokrát samé nuly a na konci jedničku. Jediná výroková spojka s jednou jedničkou a samými nulami je konjunkce. Jenže jedničku nemáme na začátku ale na konci, tím pádem musíme znovu znegovat oba výroky, čímž otočíme jejich pravdivost a a obdržíme i opačnou konjunkci, tedy:

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p \wedge \neg q$
1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1

Výsledek je znovu přesně takový, jaký jsme potřebovali, jelikož oba poslední sloupce mají stejné pravdivostní hodnoty tím pádem můžeme říci, že **ekvivalentní formule k negaci disjunkce** jsou oba výroky znegované a mezi nim spojka konjunkce, tedy:

$$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$$

Z toho vyplývá, že když budeme chtít znegovat výrok ve tvaru disjunkce, znegujeme výroky na obou stranách a mezi ně dáme konjunkci.

Příklady

Znegujte následující výroky:

- (a) Venku svítí Slunce nebo padají kroupy.
- (b) Učím se nebo hraji fotbal.

Řešení:

(a) jak vidíme, výrok je ve tvaru disjunkce. Pokud ho tedy budeme chtít znegovat, využijeme konjunkci a oba výroky znegujeme. Na obou stranách jsou jednoduché výroky, pomůžeme si tedy výrazem „Není pravda, že...“ a poté jednotlivé výroky upravíme, čímž obdržíme:

Venku nesvítí Slunce a zároveň nepadají kroupy.

(b) zde bude úplně stejný postup, jako byl v předchozím příkladě, tedy negace obou vý-

roků a konjunkce mezi nimi:

Neučím se a zároveň nehraji fotbal.