

Komplexní čísla

Součin v goniometrickém tvaru

Pokud máme dvě komplexní čísla v goniometrickém tvaru:

$$\begin{aligned}z_1 &= |z_1| (\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1) \\z_2 &= |z_2| (\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2)\end{aligned}$$

pak můžeme jejich součin (s využitím součtových vzorců $\cos(x+y)$ a $\sin(x+y)$) zapsat jako:

$$\begin{aligned}z_1 \cdot z_2 &= |z_1| \cdot (\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1) \cdot |z_2| \cdot (\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2) = \\&= |z_1| \cdot |z_2| \cdot (\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + i \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 + i \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + i^2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2) = \\&= |z_1| \cdot |z_2| \cdot [(\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2) + i (\cos \varphi_1 \sin \varphi_2 + \sin \varphi_1 \cos \varphi_2)] = \\&= |z_1| \cdot |z_2| \cdot (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2))\end{aligned}$$

Proto pro dvě komplexní čísla v goniometrickém tvaru platí:

$$z_1 \cdot z_2 = |z_1| \cdot |z_2| \cdot (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$$