Výrazy

Rozklad pomocí vzorců

V některých případech nám vytýkání nepomůže, ovšem můžeme využít některé ze vzorců pro dvojčleny, které nám s rozkladem na součin pomohou. Jedná se o tyto vzorce:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \tag{1}$$
$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \tag{2}$$
$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \tag{3}$$

Pro informaci: Mohli bychom si všimnou že vzorce neobsahují vzorec pro $a^2 + b^2$, jelikož tento dvojčlen nejde v reálných číslech rozložit na součin, pouze v číslech komplexních. Tento rozklad by potom vypadal takto:

$$a^2 + b^2 = (a + bi)(a - bi) \tag{4}$$

kde i je imaginární jednotka.

Nyní si ukažme tyto vzorce v praxi.

Příklady

Rozložte na součin následující mnohočleny:

(a) $9x^4 - 16x^2$

(b) $8x^6 + 64x^3$

(c) $8x^3 - 27$

(d) $4x^2 + 9x^2$

Řešení:

(a) Podle vzorce učíme, že:
$9x^4 - 16x^2 = (3x^2)^2 - (4x)^2 = (3x^2 - 4x)(3x^2 + 4x)$

(b) Podle vzorce učíme, že:
$8x^6 + 64x^3 = (2x^2)^3 - (4x)^3 = (2x^2 + 4x)(4x^4 - 8x^3 + 16x^2)$

(c) Podle vzorce učíme, že:
$8x^3 - 27 = (2x)^3 - (3)^3 = (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$

(d) Podle vzorce učíme, že:
$4x^2 + 9x^2 = (2x)^2 + (3x)^2 = (2x - 3ix)(2x + 3ix)$

Nakonec si uvedeme předchozí vzorce obecně, ovšem je nutné dát si pozor na podmínky, při kterých vzorce platí:

$$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - ... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}) \qquad \text{(pro liché } n\text{)}$$

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}) \qquad \text{(pro sudé i liché } n\text{)}$$

$$a^n - b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - ... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}) \qquad \text{(pro sudé } n\text{)}$$