Limita a spojitost funkce

Nevlastní limita ve vlastním bodě

*Řekneme že funkce $f(x)$ má **nevlastní limitu** $+\infty$ v bodě x_0 právě tehdy, když pro Libovolné $Q \in \mathbb{R}$ existuje číslo $\delta > 0$ takové, že pro všechna $x \in R_\delta(x_0)$ platí $f(x) > Q$.*

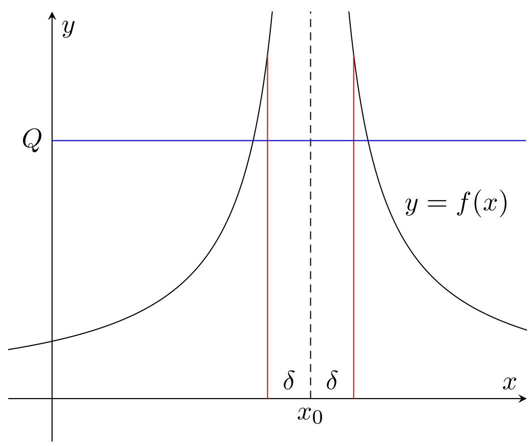
Pomocí výrokové logiky zapíšeme takto:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty \Leftrightarrow (\forall Q > 0)(\exists \delta > 0)(x \in R_\delta(x_0) \Rightarrow f(x) > Q)$$

Což po rozepsaná okolí na intervaly vypadá takto:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty \Leftrightarrow (\forall Q > 0)(\exists \delta > 0)(x \in (x_0 - \delta; x_0) \cup (x_0; x_0 + \delta) \Rightarrow f(x) > Q)$$

Říkáme, $+\infty$ je nevlastní limitou funkce ve vlastním bodě, když pro libovolně velké $Q > 0$ (modré na ose y) nalezneme určité δ okolí bodu x_0 (červené na ose x) takové, že všechna x z tohoto okolí kromě bodu x_0 mají funkční hodnoty vyšší než číslo Q. Graficky můžeme vysvětlení zobrazit takto:



kde jak skutečně vidíme všechna x v červeném pásu mají nutně funkční hodnoty větší než je číslo Q. A takovéto okolí nutně nalezneme pro libovolně velké Q.

Obdobně bychom mohli definovat pro výsledek limity jako $-\infty$, kde by byl obrázek totožný, pouze by šel graf funkce dolů.