Funkce

Posuny grafu exponenciální funkce

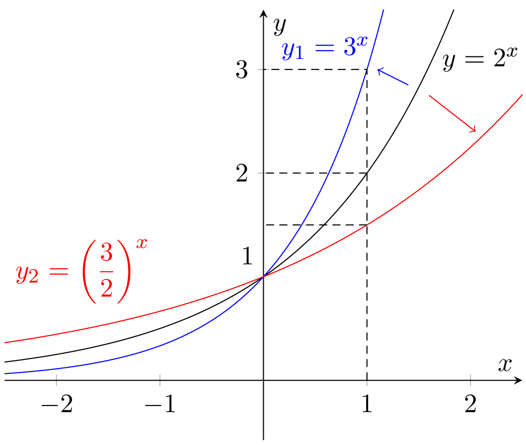
Budeme řešit transformace pro oba druhy exponenciálních funkcí zároveň. v levém sloupci pro $a \in (1; +\infty)$ a v pravém pro $a \in (0; 1)$. V této fázi kapitoly si už dovolíme přeskočit tyto funkce se záporným znaménkem a necháme je jako promyšlení studentovi, který po zkušenostech z předchozích kapitol tuto problematiku jistě zvládne. Budeme tedy znovu vycházet z obecného zápisu exponenciální funkce s jejími transformacemi:

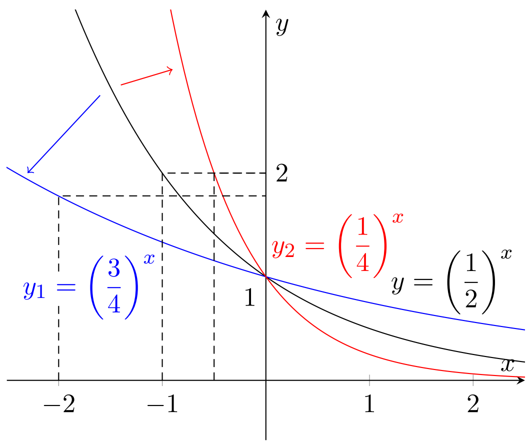
$$y = a^{x+b} + c$$

Nejprve zkoumejme transformaci na základě hodnoty a:

$$\begin{aligned} y = a^x \quad &, \quad kde\ b = 0,\ c = 0 \\ a = 2 \rightarrow y &= 2^x \\ a = 3 \rightarrow y_1 &= 3^x \\ a = \frac{3}{2} \rightarrow y_2 &= \left(\frac{3}{2}\right)^x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y = a^x \quad &, \quad kde\ b = 0,\ c = 0 \\ a = \frac{1}{2} \rightarrow y &= \left(\frac{1}{2}\right)^x \\ a = \frac{3}{4} \rightarrow y_1 &= \left(\frac{3}{4}\right)^x \\ a = \frac{1}{4} \rightarrow y_2 &= \left(\frac{1}{4}\right)^x \end{aligned}$$

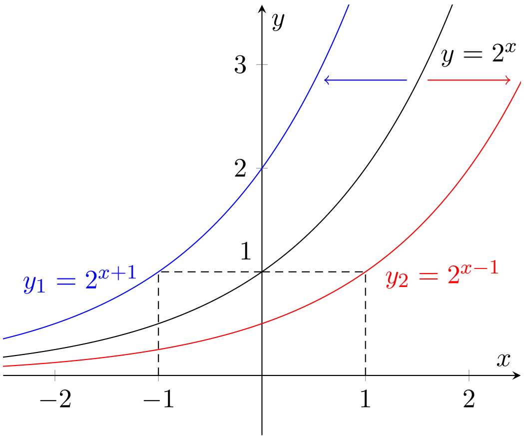


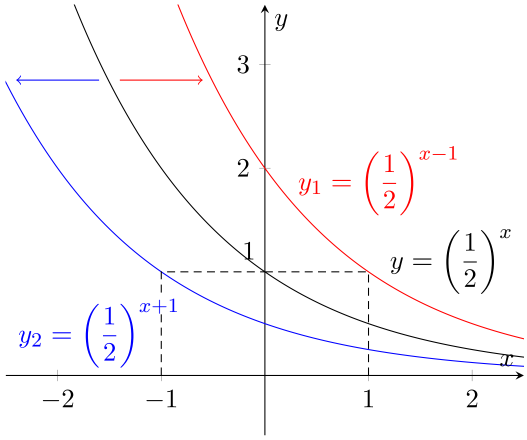


z čehož vidíme, že v prvním případě zvyšujícího se a se funkce stává strmější. V druhém případě je v případě zvyšujícího se a se stává funkce naopak méně strmá. Nyní transformace na základě b:

$$\begin{aligned} y = 2^{x+b} \quad &, \quad kde\ a = 2,\ c = 0 \\ b = 0 \rightarrow y &= 2^x \\ b = 1 \rightarrow y_1 &= 2^{x+1} \\ b = -1 \rightarrow y_2 &= 2^{x-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+b} \quad &, \quad kde\ a = \frac{1}{2},\ c = 0 \\ b = 0 \rightarrow y &= \left(\frac{1}{2}\right)^x \\ b = 1 \rightarrow y_1 &= \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} \\ b = -1 \rightarrow y_2 &= \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \end{aligned}$$





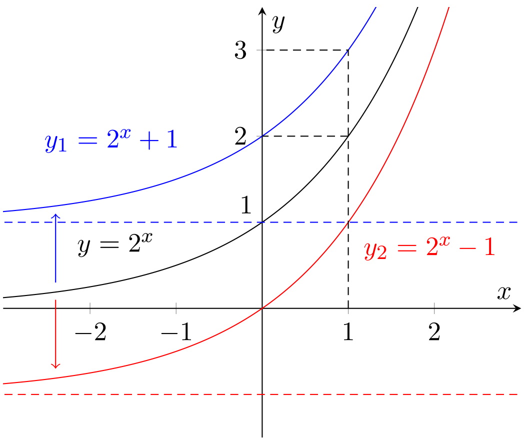
z čehož vidíme, že v obou případech se se zvyšujícím se b funkce posouvá směrem doleva po ose x a v případě snižujícího se b se funkce posouvá směrem doprava po ose x. Nyní transformace na základě c:

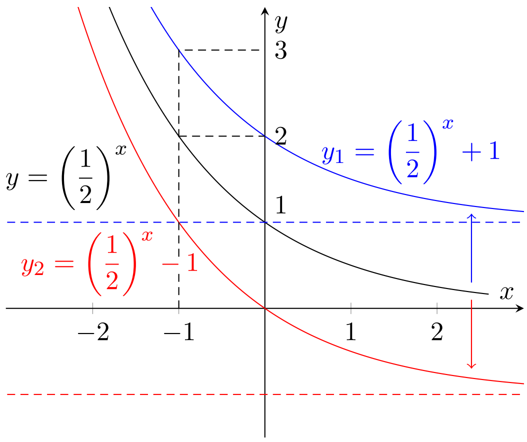
$$y = 2^x + c \quad , \quad kde\ a = 2,\ b = 0 \qquad\qquad y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + c \quad , \quad kde\ a = \frac{1}{2},\ b = 0$$

$$c = 0 \rightarrow y = 2^x \qquad\qquad c = 0 \rightarrow y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$c = 1 \rightarrow y_1 = 2^x + 1 \qquad\qquad c = 1 \rightarrow y_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$$

$$c = -1 \rightarrow y_2 = 2^x - 1 \qquad\qquad c = -1 \rightarrow y_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$$





z čehož vidíme, že v obou případech se se zvyšujícím se c funkce posouvá směrem vzhůru po ose y a v případě snižujícího se c se funkce posouvá směrem dolů po ose y.

Ještě by se samozřejmě mohl stát, že celou funkci násobíme nějakým číslem, ovšem tuto transformaci není potřeba dělat, jelikož je to stejné jako zvětšení čísla v exponentu (například $2.2^x = 2^1.2^x = 2^{x+1}$).