www.isibalo.com

Posloupnosti a nekonečné řady

Věty o limitách posloupnosti

Věta 1. *Každá posloupnost má nejvýše jednu limitu.*

Věta 2. *Každá konvergentní posloupnost je omezená.*

Věta 3. *Nechť* $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ *a* $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ *jsou konvergentní posloupnosti a nechť platí* $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n) = a$ *a* $\lim\limits_{n\to\infty}(b_n) = b$. *Potom jsou konvergentní i následující posloupnosti a pro jejich limity platí:*

i) $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n + b_n) = \lim\limits_{n\to\infty}(a_n) + \lim\limits_{n\to\infty}(b_n) = a + b$

ii) $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n - b_n) = \lim\limits_{n\to\infty}(a_n) - \lim\limits_{n\to\infty}(b_n) = a - b$

iii) $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n.b_n) = \lim\limits_{n\to\infty}(a_n) . \lim\limits_{n\to\infty}(b_n) = a.b$

iv) Pokud $b \neq 0, \forall n \in \mathbb{N} : b_n \neq 0$, *potom platí:* $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{a_n}{b_n}\right) = \dfrac{\lim\limits_{n\to\infty}(a_n)}{\lim\limits_{n\to\infty}(b_n)} = \dfrac{a}{b}$

v) Pokud $c \in \mathbb{R}$, *potom platí:* $\lim\limits_{n\to\infty}(c.a_n) = c.\lim\limits_{n\to\infty}(a_n) = c.a$

Využití následující věty uvidíme u složitějších limit pro vysokoškoláky, proto není nutné aby ji znali středoškoláci.

Věta 4. *Nechť* $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ *je konvergentní posloupnost pro kterou platí* $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n) = 0$ *a* $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ *je omezená posloupnost. Potom platí* $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n.b_n) = 0$.