Komplexní čísla

Moivrova věta

Zkusme nejprve vynásobit několik různých komplexních čísel $z_1, z_2, z_3, ..., z_n$ v goniometrickém tvaru, poté obdržíme:

$$\begin{aligned}
&z_1.z_2. \dots .z_n = \\
&= |z_1| (\cos\varphi_1 + i \sin\varphi_1) . |z_2| (\cos\varphi_2 + i \sin\varphi_2) . \dots . |z_n| (\cos\varphi_n + i \sin\varphi_n) = \\
&= |z_1| . |z_2| . \dots . |z_n| . (\cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n))
\end{aligned}$$

Co by se ovšem stalo, kdyby byla všechna komplexní čísla stejná a násobili bychom tedy n-krát stejné komplexní číslo? Obdrželi bychom:

$$\begin{aligned}
&z^n = z.z. \dots .z = \\
&= |z| (\cos\varphi + i \sin\varphi) . |z| (\cos\varphi + i \sin\varphi) . \dots . |z| (\cos\varphi + i \sin\varphi) = \\
&= |z| . |z| . \dots . |z| . (\cos(\varphi + \varphi + \dots + \varphi) + i \sin(\varphi + \varphi + \dots + \varphi)) = \\
&= |z|^n . (\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))
\end{aligned}$$

Poslednímu vztahu říkáme **Moivrova věta**, tedy platí:

$$z^n = [|z| (\cos\varphi + i \sin\varphi)]^n = |z|^n . (\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))$$