# Abstraktní algebra

## Vlastnosti grupy

Nechť $(G, \cdot)$ je **pologrupa**, potom platí:

- $\forall a_1, a_2, ..., a_n \in G$ platí, že výraz $a_1 \cdot a_2 \cdot ... \cdot a_n$ nezáleží na uzávorkování

Nechť $(G, \cdot)$ je **grupa** a $e$ je jednotkový prvek této grupy. Potom platí:

- $e^{-1} = e$
- $\forall a \in G : (a^{-1})^{-1} = a$
- $\forall a, b \in G : (a \cdot b)^{-1} = b^{-1} \cdot a^{-1}$
- $\forall a_1, a_2, ..., a_n \in G : (a_1 \cdot a_2 \cdot ... \cdot a_n)^{-1} = a_n^{-1} \cdot ... \cdot a_2^{-1} \cdot a_1^{-1}$
- Zákony o krácení, tedy:
  - $\forall a, b, c \in G : a \cdot b = a \cdot c \Rightarrow b = c$
  - $\forall a, b, c \in G : a \cdot b = c \cdot b \Rightarrow a = c$
- Pokud navíc definujeme $a^{-n} = (a^{-1})^n$ a $a^0 = e$, tak obdržíme pravidla:
  - $\forall a \in G : a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
  - $\forall a \in G : (a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Nechť $(G, \cdot)$ je **komutativní grupa**, potom platí:

- $\forall a_1, a_2, ..., a_n \in G$ platí, že výraz $a_1 \cdot a_2 \cdot ... \cdot a_n$ nezáleží na pořadí členů
- $\forall a, b \in G : (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$