Komplexní čísla

Podíl v goniometrickém tvaru

Pokud máme dvě komplexní čísla v goniometrickém tvaru:

$$z_1 = |z_1| \left(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1\right)$$
$$z_2 = |z_2| \left(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2\right)$$

pak můžeme jejich součin (s využitím součtových vzorců $\cos(x-y)$ a $\sin(x-y)$) zapsat jako:

$$\begin{aligned}
&\frac{z_1}{z_2} = \frac{|z_1|}{|z_2|}.\frac{(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)}{(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)} = \\
&= \frac{|z_1|}{|z_2|}.\frac{(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)}{(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)}.\frac{(\cos\varphi_2 - i\sin\varphi_2)}{(\cos\varphi_2 - i\sin\varphi_2)} = \\
&= \frac{|z_1|}{|z_2|}.\frac{\left(\cos\varphi_1\cos\varphi_2 - i\cos\varphi_1\sin\varphi_2 + i\sin\varphi_1\cos\varphi_2 - i^2\sin\varphi_1\sin\varphi_2\right)}{(\cos^2\varphi_2 - i^2\sin^2\varphi_2)} = \\
&= \frac{|z_1|}{|z_2|}.\frac{\left[(\cos\varphi_1\cos\varphi_2 + \sin\varphi_1\sin\varphi_2) + i\left(\sin\varphi_1\cos\varphi_2 - \cos\varphi_1\sin\varphi_2\right)\right]}{(\cos^2\varphi_2 + \sin^2\varphi_2)} = \\
&= \frac{|z_1|}{|z_2|}.\left(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\right)
\end{aligned}$$

Proto pro dvě komplexní čísla v goniometrickém tvaru platí:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{|z_1|}{|z_2|}.\left(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\right)$$

Pokud bychom chtěli spočítat opačné číslo k ke komplexnímu číslo v goniometrickém tvaru tak obdržíme:

$$\frac{1}{\cos\varphi + i\sin\varphi} = \frac{\cos 0 + i\sin 0}{\cos\varphi + i\sin\varphi} = \cos(0-\varphi) + i\sin(0-\varphi) = \cos(-\varphi) + i\sin(-\varphi)$$