

Integrální počet funkcí více proměnných

Vlastnosti dvojného integrálu

Vlastnosti měřitelných množin $A \subseteq \mathbb{R}^2$:

1. Pokud $A = \emptyset$, pak $m(A) = 0$.
2. Pokud A obsahuje nejvýše konečně mnoho bodů, pak $m(A) = 0$.
3. Pokud A je měřitelná, pak $m(A) \geq 0$.
4. Pro všechny měřitelné množiny A platí $m(A) \geq 0$.
5. Sjednocení a průnik konečně mnoha měřitelných množin je měřitelná množina.
6. Rozdíl dvou měřitelných množin je měřitelná množina.
7. Pro dvě měřitelné množiny A, B platí, že pokud $A \subseteq B$, pak $m(A) \leq m(B)$.

Vlastnosti dvojného integrálu na měřitelné množině A :

1.
$$\iint_A (a \cdot f(x; y) + b \cdot g(x; y)) \, dx dy = a \iint_A f(x; y) \, dx dy + b \iint_A g(x; y) \, dx dy$$

2. Pokud $m(A) = 0$, pak:

$$\iint_A f(x; y) \, dx dy = 0.$$

3. Pokud $A_1 \cup A_2 = A$ a $m(A_1 \cap A_2) = 0$, pak:

$$\iint_A f(x; y) \, dx dy = \iint_{A_1} f(x; y) \, dx dy + \iint_{A_2} f(x; y) \, dx dy.$$

4. Pokud je funkce spojitá na uzavřené měřitelné množině, pak je na této množině integrovatelná.