

## Výroková logika

### Výrok a jeho pravdivost

Výroková logika zkoumá a analyzuje pravdivost výroků. **Výrokem** rozumíme *sdělení, u něhož má smysl otázka, zda je pravdivé nebo nepravdivé, přičemž může nastat pouze jedna z těchto možností*. Pokud tedy máme větu, o níž můžeme rozhodnout, zda je pravdivá či nikoli, nazýváme ji výrokem.

Výroky většinou označujeme malými písmeny ( $a, b, p, q, \dots$ ). Pokud je výrok **pravdivý**, značíme tuto skutečnost číslem „1“, písmenem „P“ jako pravda a nebo slovy „pravdivý“ (v anglických textech se používá „T“ jako true). Naopak, pokud je výrok **nepravdivý**, značíme tuto skutečnost číslem „0“, písmenem „N“ jako nepravda a nebo slovy „nepravdivý“ (v anglických textech se používá „F“ jako false).

#### Příklady

*Rozhodněte, zda jsou dané věty výrokem. Pokud ano, určete jejich pravdivost:*

- (a) *Všechna přirozená čísla jsou sudá.*
- (b) *Šachy hrají vždy dva lidé.*
- (c) *Kolik je hodin?*

#### **Řešení:**

(a) jedná se o výrok, jelikož můžeme rozhodnout o pravdivosti. Tento výrok je nepravdivý, jelikož samozřejmě existují i lichá přirozená čísla, například 1, 3, 5, 7, 9...

(b) znovu se jedná o výrok, v tomto případě se jedná o výrok pravdivý, jelikož šachy jsou doopravdy hra pro dvojice.

(c) v tomto případě se o výrok nejedná, jelikož o žádné pravdivosti rozhodnout nemůžeme. Zamýšlet se nad pravdivostí otázky nelze, otázka si žádá odpověď.

Jak jsme si mohli všimnout v posledním příkladu, ne každá věta je nutně výrokem. V některých případech totiž nemá smysl o pravdivosti rozhodovat. Existuje několik skupin vět s charakteristickými vlastnostmi, která nám rovnou napoví že se o výrok nejedná, aniž bychom nad tím museli dlouze přemýšlet. Jedná se o tyto kategorie:

- **tázací věty** - pokud se nás někdo na cokoli ptá, chce slyšet odpověď, nemá smysl a ani nelze rozhodovat o pravdivosti otázky.
- **rozkazovací věty** - podobný případ jako u otázek, nemá zde smysl rozhodovat o pravdivosti, jelikož rozkazovací věty nám příkazují nějakou činnost.
- **subjektivní názory lidí** - každý má právo na svůj vlastní názor, my s cizím názorem můžeme buď souhlasit nebo nesouhlasit, ale obecně ve výrokové logice platí, že názor člověka není výrokem. Každý má odlišné preference, proto se lidé nemusí shodnout na stejné skutečnosti a nemůžeme dané názory považovat za pravdivé či nepravdivé.

- **názvy** - v tomto případě jde o věc zřejmou, libovolný název jakékoli věci nemůže být pravdivý ani nepravdivý, prostě je.
- **věty obsahující proměnné** - pokud věta obsahuje proměnnou a nikdo nám neřekne co za proměnnou dosadit, nejedná se o výrok. Nevíme co proměnná znamená a proto o pravdivosti nemůžeme rozhodnout. (POZOR! - tuto skutečnost napravují *kvantifikátory*, které nám výslovně řeknou, pro jaký počet jakých čísel má daná věta platit a tím z ní výrok udělají, viz část „Kvantifikátory“ v pozdější fázi kapitoly).

#### Příklady

**Rozhodněte, zda jsou dané věty výrokem. Pokud ano, určete jejich pravdivost:**

- (a) *Jak se dnes máš?*
- (b) *Běž si uklidit pokoj!*
- (c) *Podle mého názoru je modrá barva ta nejlepší barva na světě.*
- (d) *středoškolská matematika*
- (e) *Číslo  $x$  je sudé.*

#### Řešení:

- (a) jak víme, otázka není výrokem, proto se o výrok v tomto případě nejedná.
- (b) obdobně jako v předchozím příkladu, rozkaz není výrokem, takže o výrok se nejedná.
- (c) subjektivní názor člověka nelze posuzovat z pohledu pravdivosti, proto se nejedná o výrok.
- (d) jedná se o pojmenování nějaké části látky. Názvy nemají žádnou pravdivost, opět se nejedná o výrok.
- (e) nevíme, jaké číslo dosadit za proměnnou „ $x$ “. Můžeme dosadit například číslo 2 a výrok bude pravdivý, nebo můžeme dosadit třeba číslo 5 a výrok bude nepravdivý. Nikdo nás nijak neomezil a proto o pravdivosti nelze rozhodnout a nejedná se o výrok.

V některých případech se mohou objevit věty, o kterých s jistotou víme, že jsou pravdivé nebo nepravdivé a tedy splňují definici výroku, ovšem z nějakého důvodu nemůžeme rozhodnout, která z těchto možností nastane. Těmto větám se říká **hypotéza** nebo také **domněnka**. Hypotéza je tedy *sdělení, které je jistě buď pravdivé nebo nepravdivé, ovšem z nějakého důvodu o pravdivosti nemůžeme rozhodnout*. Jedná se ve většině případů o vyjádření do budoucnosti (to ovšem nemusí vždy platit). Budeme tedy považovat hypotézu za speciální typ výroku.

#### Příklady

**Rozhodněte, o jaký typ výroku se jedná:**

- (a) *Zítří k nám přijde pošťák s balíčkem.*
- (b) *Ve Vesmíru žijí lidé pouze na planetě Zemi.*

#### Řešení:

- (a) je jisté, že pošťák zítra buď přijde a věta bude pravdivá, nebo neprijde a věta pravdivá nebude.

Ovšem my ještě jistě nemůžeme rozhodnout, která z těchto variant to bude a proto se můžeme pouze domnívat, která situace nastane. Jedná se tedy o speciální typ výroku, kterým je hypotéza.

(b) tato věta je jistě buď pravdivá nebo nepravdivá, ovšem lidstvo ještě neprozkoumalo všechny planety a nemůže s jistotou říci, jestli jsme tu sami nebo ne, se můžeme znovu pouze domnívat, jestli tomu tak je nebo ne. Z toho důvodu se jedná o hypotézu.