Množiny

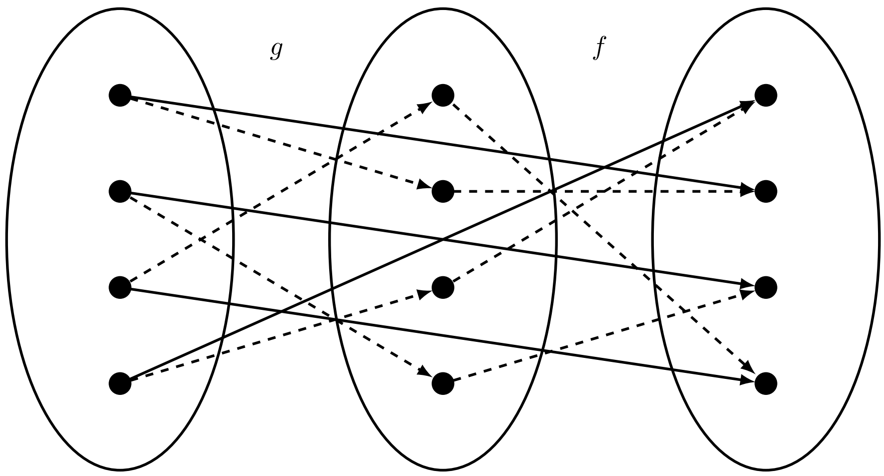
Skládání zobrazení

Když už známe jednoduché zobrazení, můžeme se pustit do jejich skládání. **Složené zobrazení** je proces, kdy skládáme dvě a více jednoduchých zobrazení dohromady. Pokud máme zobrazení $f : B \to C$ a $g : A \to B$, tak výsledné zobrazení zaznačíme jako $f \circ g : A \to C$, kde g se nazývá *vnitřní složka* a f se nazývá *vnější složka*. Složené zobrazení tedy můžeme chápat jako jednoduché zobrazení z první do poslední množiny. Všimněte si, že zobrazení skládáme naopak, tedy výraz $f \circ g$ znamená, že aplikujeme nejdříve zobrazení g a potom zobrazení f. Tento opačný gard je kvůli tomu, že $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ což je často používaný zápis.

Jak ze zápisu vyplývá, tak skládání zobrazení $f \circ g$ nám ve většině případů vrátí jiný výsledek než skládání $g \circ f$ což znamená, že obecně tato operace není komutativní, tedy:

$$f \circ g \neq g \circ f$$

Obrázek složeného zobrazení může vypadat například takto (přerušované šipky značí jednoduché zobrazení a nepřerušované výsledné skládání zobrazení):



Příklady

Určete výsledné zobrazení $f \circ g$ a $g \circ f$, pokud mají jednotlivá zobrazení předpis:

(a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^2 + 4$
$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ g(x) = x - 2$

(b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \sqrt[3]{x + 1}$
$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ g(x) = x^3 - 2$

Řešení:
(a) $f \circ g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ (f \circ g)(x) = (x - 2)^2 + 4 = x^2 - 4x + 4 + 4 = x^2 - 4x + 8$
$g \circ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ (g \circ f)(x) = x^2 + 4 - 2 = x^2 + 2$

(b) $f \circ g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ (f \circ g)(x) = \sqrt[3]{x^3 - 2 + 1} = \sqrt[3]{x^3 - 1}$
$g \circ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ (g \circ f)(x) = (\sqrt[3]{x + 1})^3 - 2 = x + 1 - 2 = x - 1$