

Funkce

Vzorce pro logaritmy

$$\log_a (x^n) = n \cdot \log_a (x) \quad (1)$$

$$\log_a (x) + \log_a (y) = \log_a (x \cdot y) \quad (2)$$

$$\log_a (x) - \log_a (y) = \log_a \left(\frac{x}{y} \right) \quad (3)$$

$$\log_a (\sqrt[n]{x}) = \frac{1}{n} \log_a (x) \quad (4)$$

Důkaz. (1)

Podle definice logaritmu obdržíme:

$$\begin{aligned} a^{n \cdot \log_a (x)} &= x^n \\ \left(a^{\log_a (x)} \right)^n &= x^n \\ (x)^n &= x^n \end{aligned} \quad \square$$

Důkaz. (2)

Podle definice logaritmu obdržíme:

$$\begin{aligned} a^{\log_a (x) + \log_a (y)} &= x \cdot y \\ a^{\log_a (x)} \cdot a^{\log_a (y)} &= x \cdot y \\ x \cdot y &= x \cdot y \end{aligned} \quad \square$$

Důkaz. (3)

Podle definice logaritmu obdržíme:

$$\begin{aligned} a^{\log_a (x) - \log_a (y)} &= \frac{x}{y} \\ \frac{a^{\log_a (x)}}{a^{\log_a (y)}} &= \frac{x}{y} \\ \frac{x}{y} &= \frac{x}{y} \end{aligned} \quad \square$$

Důkaz. (4)

Podle definice logaritmu obdržíme:

$$\begin{aligned} a^{\frac{1}{n} \log_a (x)} &= \sqrt[n]{x} \\ \left(a^{\log_a (x)} \right)^{\frac{1}{n}} &= \sqrt[n]{x} \\ (x)^{\frac{1}{n}} &= \sqrt[n]{x} \quad \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{x} \end{aligned} \quad \square$$