

## Integrální počet funkcí více proměnných

### Transformace do polárních souřadnic

Pokud chceme použít libovolnou transformaci oblasti  $I$  pomocí substitučních rovnic  $x = g(u; v); y = h(u; v)$ , tak použijeme přepočít:

$$\iint_I f(x; y) \, dx dy = \iint_A f(g(u; v); h(u; v)) \cdot |J| \, du dv$$

kde:

$$J = \begin{vmatrix} g_u & g_v \\ h_u & h_v \end{vmatrix}$$

Tedy pro **polární souřadnice** máme:

$$x = \rho \cos \varphi$$

$$y = \rho \sin \varphi$$

$$\begin{aligned} J &= \begin{vmatrix} g_\rho & g_\varphi \\ h_\rho & h_\varphi \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \varphi & -\rho \sin \varphi \\ \sin \varphi & \rho \cos \varphi \end{vmatrix} = \cos \varphi \cdot \rho \cos \varphi - (-\rho \sin \varphi) \cdot \sin \varphi = \rho \cos^2 \varphi + \rho \sin^2 \varphi = \\ &= \rho(\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = \rho \cdot 1 = \rho \end{aligned}$$

$$\iint_I f(x; y) \, dx dy = \iint_A f(\rho \cos \varphi; \rho \sin \varphi) \cdot |\rho| \, d\rho d\varphi = \iint_A f(\rho \cos \varphi; \rho \sin \varphi) \rho \, d\rho d\varphi$$